

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

4^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

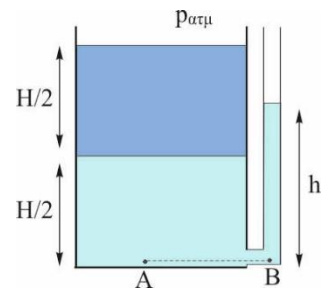
1. β.
2. δ.
3. δ.
4. β.
5. α-Σ, β-Σ, γ-Λ, δ-Λ, ε-Σ.

ΘΕΜΑ Β

1. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Τα σημεία Α και Β βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο ενός υγρού που βρίσκεται σε ισορροπία, άρα έχουν την ίδια ολική πίεση,

$$p_A = p_B \quad (1)$$



Για την πίεση στο σημείο Α, όποια και αν είναι η διάταξη των υγρών, ισχύει:

$$p_A = p_{\text{υδρ}} + p_{\text{ατμ}} = \rho_1 g \frac{H}{2} + \rho_2 g \frac{H}{2} + p_{\text{ατμ}} \quad \text{ή} \quad p_A = g \frac{H}{2} (\rho_1 + \rho_2) + p_{\text{ατμ}} \quad (2)$$

Για την πίεση στο σημείο Β:

Όταν στο κάτω μέρος του δοχείου και στον σωλήνα υπάρχει το υγρό πυκνότητας ρ_1 , ισχύει:

$$p_{B1} = p_{\text{υδρ}} + p_{\text{ατμ}} = \rho_1 g h_1 + p_{\text{ατμ}} \quad (3)$$

Όταν στο κάτω μέρος του δοχείου και στον σωλήνα υπάρχει το υγρό πυκνότητας ρ_2 , ισχύει:

$$p_{B2} = p_{\text{υδρ}} + p_{\text{ατμ}} = \rho_2 g h_2 + p_{\text{ατμ}} \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (1), (3) και (4) προκύπτει:

$$p_{B1} = p_{B2} \quad \text{ή} \quad \rho_1 g h_1 + p_{\text{ατμ}} = \rho_2 g h_2 + p_{\text{ατμ}} \quad \text{ή} \quad \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

Επειδή $\rho_1 > \rho_2$ θα έχουμε $h_2 > h_1$.

Άρα, σωστή απάντηση είναι η (α).

2. Σωστή είναι η απάντηση β.

Από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει ότι η παροχή είναι σταθερή.

$$\Pi_1 = \Pi_2 \text{ ή } A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad (1)$$

Το εμβαδό A της διατομής του ποταμού είναι $A = d \cdot h$. Εφόσον το πλάτος του ποταμού, d , είναι σταθερό, το εμβαδό είναι ανάλογο του βάθους h .

Έτσι, η σχέση (1) γίνεται:

$$d \cdot h_1 \cdot u_1 = d \cdot h_2 \cdot u_2 \Rightarrow h_1 \cdot u_1 = h_2 \cdot u_2 \Rightarrow h_2 = h_1 / 2.$$

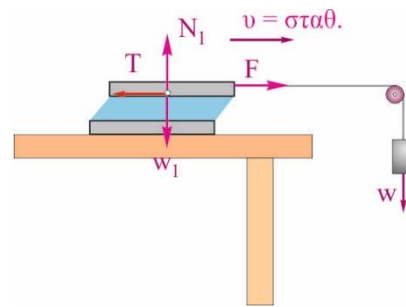
3. Σωστή είναι η απάντηση (γ).

Στη διεύθυνση κίνησης της πλάκας ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις η F εξαιτίας του

βάρους του Σ και η δύναμη της τριβής, $T = n \frac{A u}{\ell}$.

Όσο η F είναι μεγαλύτερη από την T η κίνηση είναι επιταχυνόμενη. Η αύξηση της ταχύτητας προκαλεί αύξηση του μέτρου της T , με αποτέλεσμα κάποια στιγμή τα μέτρα των δυνάμεων να γίνουν ίσα και η ταχύτητα να αποκτήσει οριακή τιμή u_{op} , που είναι ίση με

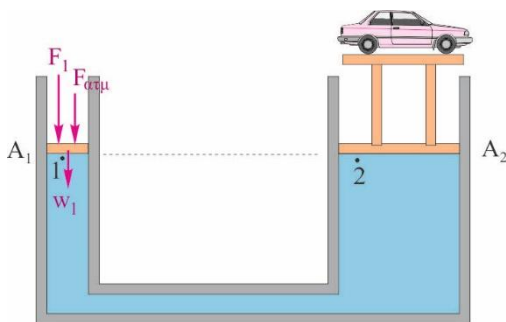
$$F = w = T \text{ ή } w = n \frac{A u_{op}}{\ell} \text{ ή } u_{op} = \frac{w \ell}{n A}$$



Από την τελευταία σχέση προκύπτει, ότι όταν τοποθετήσουμε μεγαλύτερο βάρος, η πλάκα πάλι αποκτά σταθερή ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου από το u_{op} .

ΘΕΜΑ Γ

1. α) Στο σημείο 1 επικρατεί πίεση που δίνεται από τη σχέση:

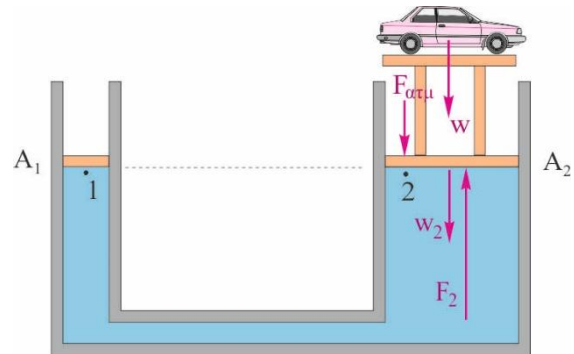


$$p_1 = p_{υδρ} + p_{εξωτ} = p_{υδρ} + \frac{F_1}{A_1} + \frac{w_1}{A_1} + p_{ατμ} \quad \text{ή} \quad p_1 = 0 + \frac{F_1 + w_1}{A_1} + p_{ατμ}$$

$$p_1 = \frac{98\text{N} + 2\text{N}}{2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} + 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \text{ή} \quad p_1 = 6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

β) Τα σημεία 1 και 2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο ενός υγρού που ισορροπεί, άρα έχουν την ίδια ολική πίεση,

$$p_2 = p_1 = 6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$



Η ύπαρξη πίεσης κάτω από το μεγάλο έμβολο προκαλεί τη δημιουργία κατακόρυφης δύναμης κάθετης στην επιφάνειά του που έχει μέτρο ίσο με

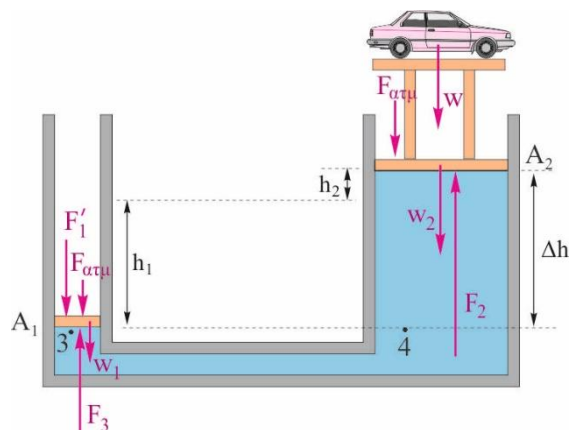
$$F_2 = p_2 A_2 = \left(6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot (200 \cdot 10^{-4} \text{m}^2) \Rightarrow F_2 = 12000 \text{N} .$$

Το έμβολο είναι σε ισορροπία, άρα $\Sigma F = 0$ ή

$$F_2 - w_2 - p_{ατμ} A_2 - w = 0 \Rightarrow w = F_2 - w_2 - p_{ατμ} A_2 \Rightarrow$$

$$w = 12000 \text{N} - 100 \text{N} - \left(10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot (200 \cdot 10^{-4} \text{m}^2) \Rightarrow w = 9900 \text{N}$$

2. α) Το υγρό είναι μη συμπιεστό, άρα όγκος υγρού ΔV_1 που εκδιώχτηκε από το δοχείο μικρής διατομής είναι ίσος με την αύξηση του όγκου του υγρού ΔV_2 στο δοχείο μεγάλης διατομής .



$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \quad \text{ή} \quad A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{A_2 h_2}{A_1} = \frac{200 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} 0,1 \text{m} \Rightarrow h_1 = 10 \text{m}$$

β) Στη νέα θέση ισορροπίας του μεγάλου εμβόλου εξακολουθεί να ισχύει $\Sigma F=0$, χωρίς να έχουν μεταβληθεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό. Άρα η ασκούμενη κατακόρυφη προς τα επάνω δύναμη εξακολουθεί να έχει μέτρο $F_2 = 12000\text{N}$ και η πίεση που επικρατεί στο υγρό που είναι σε επαφή με το έμβολο εξακολουθεί να είναι ίση με

$$p_2 = 6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Τα δύο έμβολα έχουν τώρα διαφορά ύψους $\Delta h = h_1 + h_2 = 10,1\text{m}$.

Τα σημεία 3 και 4 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο ενός υγρού που βρίσκεται σε ισορροπία, άρα έχουν την ίδια πίεση

$$p_3 = p_4$$

Όμως

$$p_4 = p_{\text{υδρ}} + p_{\text{εξωτ}} = \rho g \Delta h + p_{\text{εξωτ}} \quad \text{ή}$$

$$p_4 = \left(0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (10,1\text{m}) + 6 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + \text{ή } p_4 = 6,808 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Άρα στο μικρό έμβολο ασκείται από το υγρό προς τα πάνω κατακόρυφη δύναμη που έχει μέτρο

$$F_3 = p_3 A_1 = \left(6,808 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot (2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2) \Rightarrow F_3 = 136,16\text{N}$$

Το μικρό έμβολο είναι σε ισορροπία, άρα $\Sigma F=0$ ή

$$F_3 - w_1 - p_{\text{ατμ}} A_1 - F_1' = 0 \Rightarrow F_1' = F_3 - w_1 - p_{\text{ατμ}} A_1 \Rightarrow$$

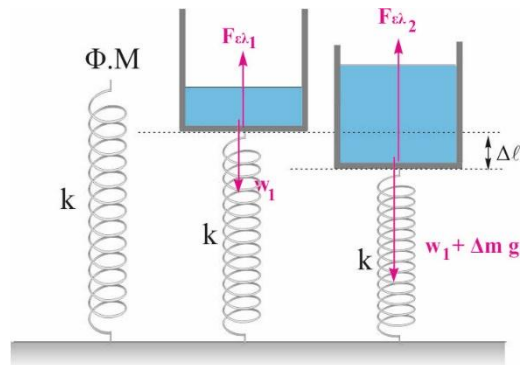
$$F_1' = 136,16\text{N} - 2\text{N} - \left(10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot (2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2) \Rightarrow F_1' = 114,16\text{N}$$

ΘΕΜΑ Δ

α) Για την αρχική θέση ισορροπίας του εμβόλου ισχύει:

$$\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow F_{ελ1} - w_1 = 0, \quad (1)$$

όπου με w_1 συμβολίζουμε το βάρος του δοχείου συν το βάρος του νερού που περιέχεται αρχικά στο δοχείο και $F_{ελ1}$ την δύναμη που ασκεί αρχικά το ελατήριο στο δοχείο.



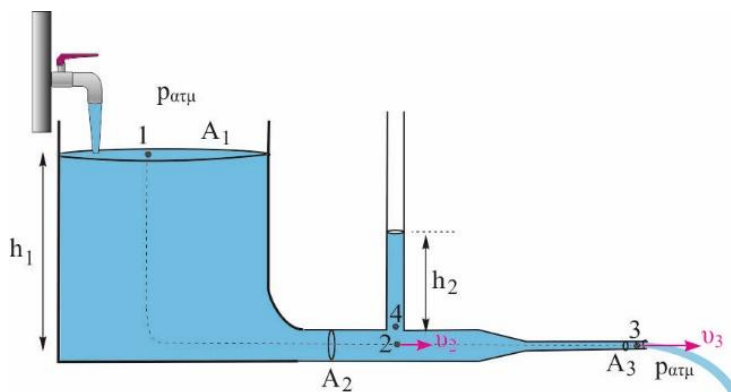
Μετά την προσθήκη στο δοχείο νερού μάζας Δm , για τη νέα θέση ισορροπίας του δοχείου ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow (F_{ελ1} + k\Delta\ell) - (w_1 + \Delta m \cdot g) = 0 \quad (2)$$

Από το συνδυασμό των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$k\Delta\ell = \Delta m \cdot g \Rightarrow \Delta m = \frac{k\Delta\ell}{g} = \frac{(2000\text{N/m}) \cdot 0,1\text{m}}{10\text{m/s}^2} \Rightarrow \Delta m = 20\text{kg}$$

$$\beta) \Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta m / \rho}{\Delta t} = \frac{20\text{kg} / (10^3\text{kg/m}^3)}{10\text{s}} \Rightarrow \Pi = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



$$\Pi = A_3 v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{\Pi}{A_3} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} \Rightarrow v_3 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για μια ρευματική φλέβα που διέρχεται από τα σημεία 2 και 3 του οριζόντιου σωλήνα.

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 = \frac{1}{2} \rho v_3^2 + p_3 \Rightarrow p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_3^2 - v_2^2) + p_3 \quad (3)$$

Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών A_2 και A_3 προκύπτει:

$$A_2 v_2 = A_3 v_3 \Rightarrow v_2 = \frac{A_3 v_3}{A_2} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Επειδή στο σημείο 3 το νερό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα $p_3 = p_{\text{ατμ}}$

Με αντικατάσταση στην σχέση (3) παίρνουμε:

$$p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_3^2 - v_2^2) + p_3 = \frac{1}{2} 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} [(10 \text{ m/s})^2 - (4 \text{ m/s})^2] + 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow$$
$$p_2 = 0,42 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow p_2 = 1,42 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Τα σημεία 2 και 4 έχουν την ίδια πίεση. Για την πίεση στο σημείο 4 από την υδροστατική έχουμε:

$$p_2 = p_4 = p_{\text{ατμ}} + \rho g h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{p_2 - p_{\text{ατμ}}}{\rho g} = \frac{1,42 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} - 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow h_2 = 4,2 \text{ m}$$

δ) Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για μια ρευματική φλέβα που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2. Το σημείο 1 βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού της δεξαμενής και βρίσκεται σε ύψος h_1 πάνω από το σημείο 2.

$$\rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = 0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 \Rightarrow \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + p_2 - p_1 \quad (4)$$

Το σημείο 1 βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού, που παραμένει σε σταθερό ύψος, άρα $v_1=0$ και $p_1=p_{\text{ατμ}}$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) παίρνουμε:

$$\rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 - p_1 = \frac{1}{2} 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (4 \text{ m/s})^2 + 1,42 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} - 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow$$
$$\rho g h_1 = 0,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow h_1 = \frac{0,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow h_1 = 5 \text{ m}$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Σδρίμας Ιωάννης** και **Ποντικός Ηλίας**.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους **Παλόγο Αντώνιο** και **Στεφανίδη Κωνσταντίνο**.