ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. β.

2. β.

3. α.

4. γ.

5. α.Σ, β.Σ, γ.Λ, δ.Λ, ε.Λ.

ΘΕΜΑ Β

1. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Έχουμε ελαστική κρούση δύο σωμάτων από τα οποία το ένα αρχικά είναι ακίνητο, οπότε οι ταχύτητές τους μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \qquad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν στην ίδια διεύθυνση, αλλά με αντίθετες φορές. Όπως προκύπτει από τις πιο πάνω σχέσεις το σώμα $Σ_2$ θα έχει ίδια φορά με αυτή που είχε πριν την κρούση το $Σ_1$. Συνεπώς για τα μέτρα των ταχυτήτων θα ισχύει:

$$-\upsilon_1' = \upsilon_2' \Rightarrow -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Από όπου προκύπτει: $-m_1 + m_2 = 2m_1 \Rightarrow m_2 = 3m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

2. Η σωστή απάντηση είναι το α.

Αφού το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο, το σώμα τριπλάσιας μάζας κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση.

Επίσης, επειδή το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο, όλη η κινητική ενέργεια που είχαν τα σώματα πριν την κρούση μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$Q = K_A + K_B \qquad (1)$$

Από τη διατήρηση της ορμής προκύπτει:

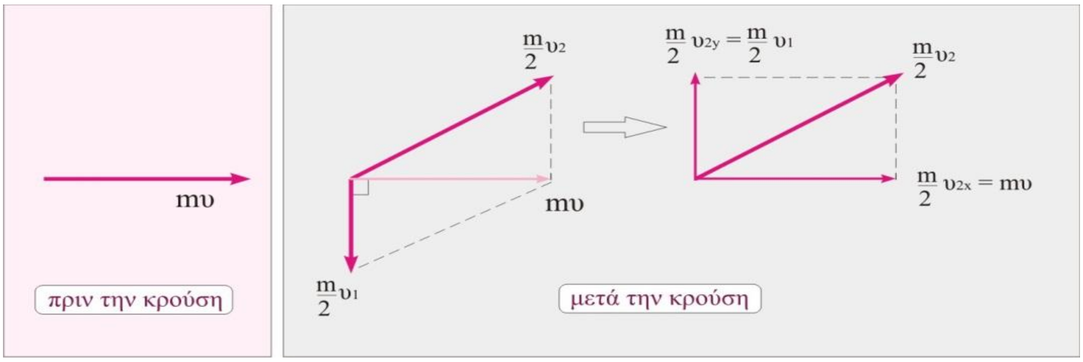
$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2 = 0 \Rightarrow m\upsilon_1 - 3m\upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{3}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$Q = K_A + K_B = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}3m(\frac{\upsilon_1}{3})^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$Q = K + \frac{K}{3} \Rightarrow Q = \frac{4}{3}K$$

3. Η σωστή απάντηση είναι το β.



Στη διάρκεια της έκρηξης η ορμή διατηρείται, $\vec{p}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$

Η $\vec{p}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)}$ έχει μέτρο mυ και κατεύθυνση οριζόντια. Για να είναι η $\vec{p}_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$ οριζόντια θα πρέπει η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού να αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες ως εξής:

-Μια συνιστώσα υ_{2y} κάθετη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να αναιρεί την ορμή του πρώτου κομματιού.

-Μια συνιστώσα υ_{2x} παράλληλη στην αρχική διεύθυνση η οποία θα έχει τέτοιο μέτρο ώστε να δίνει ορμή ίση με την αρχική (mυ).

Τα δύο κομμάτια έχουν ίδια μάζα. Το πρώτο κομμάτι έχει ορμή $\frac{m}{2}\upsilon$, άρα για να αναιρείται η ορμή του πρέπει η συνιστώσα υ_{2y} του δεύτερου κομματιού να έχει ίδιο μέτρο ταχύτητας με το πρώτο κομμάτι, $\upsilon_{2y}=\upsilon$.

Για να είναι η $\vec{p}_{ολ(μετά)} = mυ$, πρέπει η συνιστώσα $υ_{2x}$ του δεύτερου κομματιού να έχει μέτρο 2υ, έτσι $\frac{m}{2} \cdot 2υ = mυ$. Άρα $υ_{2x}=2υ$.

4. Η σωστή απάντηση είναι το β.

Από τη στιγμή που το σώμα έρχεται σε επαφή με το ελατήριο εκτός από το βάρος του ασκείται και η δύναμη του ελατηρίου με φορά προς τα πάνω. Παίρνοντας τα θετικά προς τα κάτω ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής γράφεται:

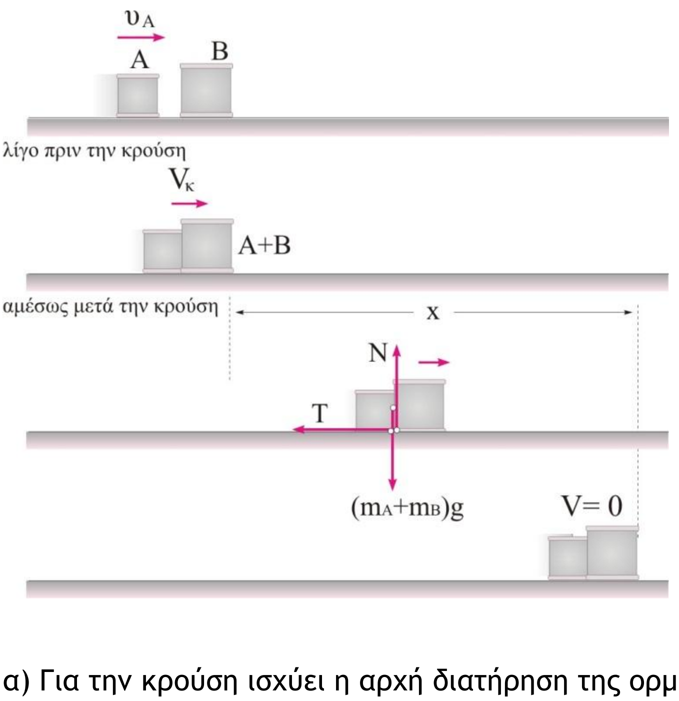
$ΣF = mα \Rightarrow mg - F_{ελ} = mα \Rightarrow mg - kx = mα$, όπου x η παραμόρφωση του ελατηρίου.

Καθώς το σώμα κατεβαίνει το x μεγαλώνει. Επομένως η επιτάχυνση α μικραίνει. Συνεχίζει όμως να αυξάνεται η ταχύτητα του σώματος, αλλά με μικρότερο ρυθμό.

Κάποια στιγμή θα γίνει ΣF=0, στη θέση αυτή η ταχύτητα είναι μέγιστη και η επιτάχυνση ίση με το μηδέν. Στη συνέχεια, επειδή το x αυξάνεται, το kx θα γίνει μεγαλύτερο από το mg, η επιτάχυνση θα γίνει αρνητική και το σώμα θα αρχίσει να επιβραδύνεται.

Άρα το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι μέγιστο στη θέση που ισχύει ΣF=0.

ΘΕΜΑ Γ



α) Για την κρούση ισχύει η αρχή διατήρηση της ορμής

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_A υ_A = (m_A + m_B)V_κ \Rightarrow V_κ = \frac{m_A υ_A}{m_A + m_B} = \frac{1kg \cdot 10\,m/s}{1kg + 4kg} \Rightarrow V_κ = 2\frac{m}{s}$$

β) Το έργο της δύναμης που άσκησε το σώμα Β στο σώμα Α στη διάρκεια της κρούσης, είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α. Έτσι, εφαρμόζουμε για το σώμα Α το θεώρημα έργου-ενέργειας για τις θέσεις λίγο πριν και λίγο μετά την κρούση.

$$W_F = \Delta K = K_{A(\tau\varepsilon\lambda)} - K_{A(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m_A V_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_A \upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}1\mathrm{kg}\cdot(2\mathrm{m/s})^2 - \frac{1}{2}1\mathrm{kg}\cdot(10\mathrm{m/s})^2 \Rightarrow W_F = -48\mathrm{J}$$

γ)

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} - E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \frac{1}{2}(1\mathrm{kg}+4\mathrm{kg})\cdot(2\mathrm{m/s})^2 - \frac{1}{2}1\mathrm{kg}\cdot(10\mathrm{m/s})^2 \Rightarrow \Delta E_{\mu\eta\chi} = -40\mathrm{J}$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια ελαττώθηκε.

δ) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας για το συσσωμάτωμα μεταξύ των θέσεων αμέσως μετά την κρούση και της τελικής, όταν αυτό σταματάει.

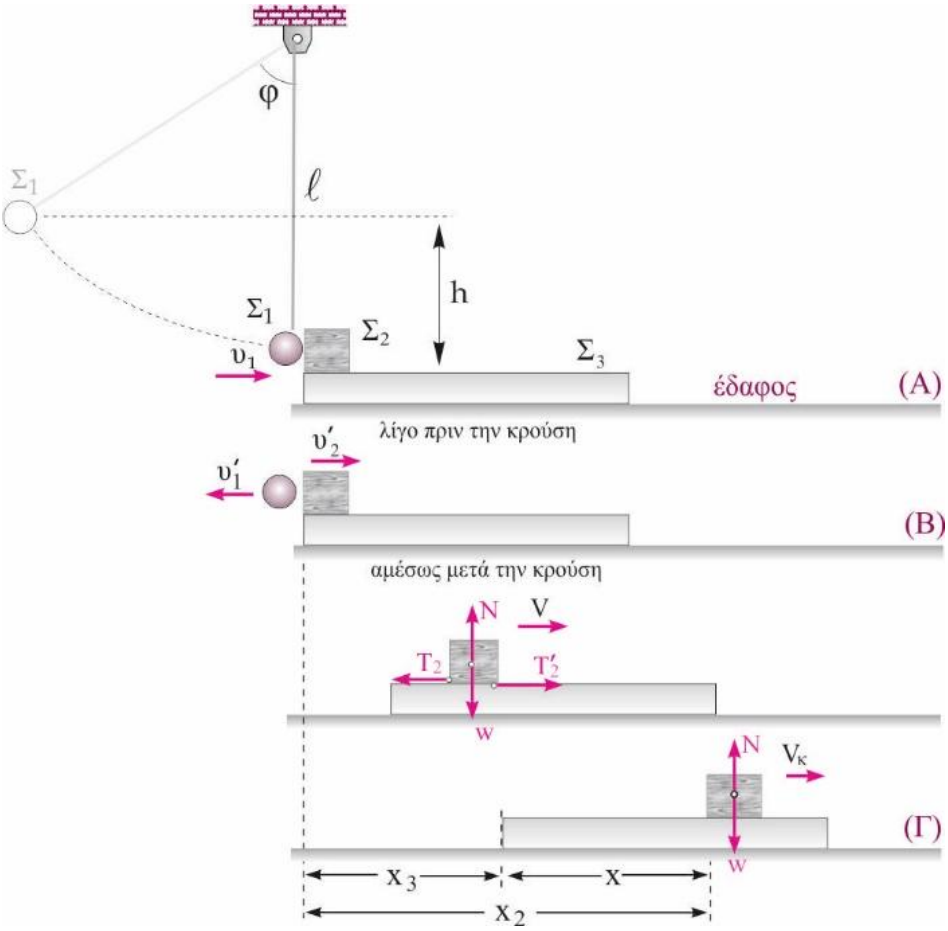
$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = -T\,x \Rightarrow \frac{1}{2}(m_A + m_B)V_\kappa^2 = \mu(m_A + m_B)gx \Rightarrow$$

$$x = \frac{V_\kappa^2}{2\mu g} = \frac{(2\mathrm{m/s})^2}{2\cdot 0,5\cdot 10\,\mathrm{m/s^2}} \Rightarrow x = 0,4\mathrm{m}$$

ε) Η συνολική θερμότητα είναι ίση με το άθροισμα της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω κρούσης και της θερμότητας που αναπτύχθηκε λόγω της τριβής ολίσθησης μετά την κρούση. Αφού το σύστημα των δύο σωμάτων τελικά σταματά, η συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι ίση και με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος, δηλαδή ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος Α.

$$Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 = \frac{1}{2}1\mathrm{kg}\cdot(10\mathrm{m/s})^2 \Rightarrow Q_{o\lambda} = 50\mathrm{J}$$

ΘΕΜΑ Δ



α) Με εφαρμογή της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας βρίσκουμε την ταχύτητα του σφαιριδίου ελάχιστα πριν την κρούση:

$$U = K \Rightarrow m_1 g(\ell - \ell\sigma\upsilon\nu\varphi) = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2g\ell(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 1{,}6m\,(1-\frac{1}{2})} \Rightarrow \upsilon_1 = 4m/s$$

Έχουμε κεντρική ελαστική κρούση του Σ_1 με το ακίνητο Σ_2. Το Σ_2 θα αποκτήσει ταχύτητα

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 = \frac{2\cdot 1kg}{1kg+3kg}\cdot 4\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2' = 2\frac{m}{s}$$

β) Το Σ_2 θα ολισθήσει πάνω στη σανίδα (Σ_3) με αποτέλεσμα να αναπτυχθούν δυνάμεις τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο σωμάτων. Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Νεύτωνα η δύναμη T_2, που ασκεί η σανίδα Σ_3 στο σώμα Σ_2 έχει ίδιο μέτρο με τη δύναμη T_2' που ασκεί το Σ_2 στη σανίδα. Η δύναμη T_2 επιβραδύνει το Σ_2, ενώ η T_2' επιταχύνει το Σ_3. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα και η τριβή μηδενίζεται.

Οι δυνάμεις τριβής T_2 και T_2' είναι εσωτερικές για το σύστημα Σ_2-Σ_3 οπότε έχουμε $\Sigma F_{\varepsilon\xi\ (\Sigma\Upsilon\Sigma\mathrm{T})}=0$. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ορμής μεταξύ της στιγμής που το Σ_2

αποκτά ταχύτητα υ_2' (θέση Β) και της στιγμής που το σύστημα αποκτά κοινή ταχύτητα V_κ (θέση Γ).

$$p_B = p_\Gamma \Rightarrow m_2\,\upsilon_2' + 0 = \left(m_2 + m_3\right)V_k \Rightarrow V_k = \frac{3kg}{3kg+5kg}2\frac{m}{s} \Rightarrow V_k = 0,75\frac{m}{s}$$

γ) Η κρούση μεταξύ των $Σ_1$ και $Σ_2$ είναι ελαστική, οπότε η αναπτυσσόμενη στο σύστημα θερμότητα οφείλεται μόνο στην τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ των σωμάτων $Σ_2$ και $Σ_3$ μέχρι αυτά να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα. Αυτή είναι αριθμητικά ίση με τη διαφορά της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

$$Q = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_2\,\upsilon_2'^2 - \frac{1}{2}\left(m_2+m_3\right)V_k^2 \quad ή$$

$$Q = \frac{1}{2}3kg\cdot(2m/s)^2 - \frac{1}{2}(3kg+5kg)\cdot(0,75m/s)^2 \quad ή \quad Q = 3,75J$$

δ) Οι δυνάμεις τριβής που αναπτύσσονται έχουν μέτρο

$$\left|\vec{T_2}\right| = \left|\vec{T_2}'\right| = \mu m_2 g = \frac{1}{8}\,3kg\cdot 10\frac{m}{s^2} \quad ή \quad \left|\vec{T_2}\right| = \left|\vec{T_2}'\right| = 3,75N$$

Το $Σ_2$ αποκτά επιτάχυνση: $\alpha_2 = \dfrac{\Sigma F}{m_2} = \dfrac{-3,75N}{3kg}$ ή $\alpha_2 = -1,25m/s^2$ και για την κίνηση του ισχύουν οι σχέσεις:

$$\upsilon' = \upsilon_2' + \alpha_2 t \ (1) \quad \kappa\alpha\iota \quad x' = \upsilon_2' t + \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \ (2)$$

Στο ζητούμενο χρονικό διάστημα η ταχύτητα του $Σ_2$ από υ_2' έγινε V_k.

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$0,75 = 2 + (-1,25)\Delta t \quad \Rightarrow \Delta t = 1s$$

ε) Στην θέση Γ (βλέπε σχήμα):

-η σανίδα μετατοπίστηκε κατά x_3,

-το σώμα $Σ_2$ μετατοπίστηκε πάνω στη σανίδα κατά x και συνολικά $x_3+x=x_2$, άρα

$$x = x_2 - x_3$$

Για να μην πέσει το $Σ_2$ από τη σανίδα πρέπει $d \geq x$ ή $d \geq x_2 - x_3$ (3)

Από τη σχέση (2) βρίσκουμε τη μετατόπιση x_2 και από τη σχέση της μετατόπισης για τη σανίδα βρίσκουμε το x_3 .

$$x_2 = \left(2m/s\right)\cdot 1s + \frac{1}{2}\left(-1,25m/s^2\right)\left(1s\right)^2 \quad ή \quad x_2 = 1,375m$$

Η σανίδα αποκτά επιτάχυνση $α_3$ ίση με

$$\alpha_3 = \frac{\Sigma F}{m_3} = \frac{3,75N}{5kg} \quad ή \quad \alpha_3 = 0,75m/s^2$$

και για τη μετατόπισή της ισχύει η σχέση

$$x_3 = \frac{1}{2}\alpha_3 t^2 \quad \text{ή} \quad x_3 = \frac{1}{2}\left(0,75\text{m}/\text{s}^2\right)(1\text{s})^2 \quad \text{ή} \quad x_3 = 0,375\text{m}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (3) βρίσκουμε:

$$d \geq 1,375\text{m} - 0,375\text{m} \ \ \text{ή} \ \ d_{min} = 1\text{m}$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Παλόγος Αντώνιος** και **Στεφανίδης Κωνσταντίνος.**